

Arany János Tehetséggondozó Program matematikaversenye 2021.

9. előkészítő évfolyam

1. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 11. A szám hattal nagyobb második jegyének négyszeresénél. Melyik ez a szám?
10 pont
2. Az ABC egyenlő szárú háromszög alapja AB, Az A csúcsból húzott magasság α és 2α nagyságú részekre osztja az A csúcsnál levő szöget. Mekkora a háromszög szögei?
12 pont
3. Jóska édesapja jutalmat kapott. $\frac{1}{3}$ részét félretette nyaralásra, $\frac{1}{4}$ részét takarékbba tette, $\frac{1}{5}$ részén könyvet vett. Ezután maradt még 26 000 Ft-ja. Mennyi jutalmat kapott?
14 pont
4. Hány négyjegyű számot készíthetünk az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával, ha a felírt számokban nem lehet két azonos számjegy? Hány lesz ezek közül 12-vel osztható?
14 pont
5. Egy számológép kinyomtatta sorban a pozitív egész számokat 1-től 2021-ig. Hány számjegyet nyomtatott a gép? Milyen számjegy áll a 2021. helyen?
16 pont
6. Egy dobozban piros és kék golyók vannak. Ha a dobozban egy piros golyóval kevesebb lenne, a golyók hetedrésze lenne piros. Ha két kék golyót egy pirosra cserélnénk, akkor a golyók ötödrésze lenne piros. Hány kék és piros golyó van a dobozban?
17 pont
7. Hány fokos szöget zár be az óra kis- és nagymutatója 4 óra 10 perckor? Ez után az időpont után mennyi idővel fogja először fedni egymást a kis- és nagymutató?
17 pont

Arany János Tehetséggondozó Program matematikaversenye 2021.

9. évfolyam

1. Döntsd el, hogy igazak-e a következő állítások.

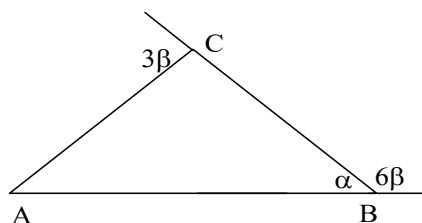
[$a \mid b$ jelöli, hogy a osztója b -nek, $(a;b)$ pedig a és b legnagyobb közös osztóját jelöli.]

- a) Igaz-e, hogy ha $4 \mid n$ és $10 \mid n$, akkor $40 \mid n$?
- b). Igaz-e, hogy ha $4 \mid n$ és $9 \mid n$, akkor $36 \mid n$?
- c) Igaz-e, hogy ha $4 \mid m$ és $10 \mid n$, akkor $40 \mid mn$?
- d) Igaz-e, hogy ha $a \mid c$ és $b \mid c$, akkor $(a;b) \mid c$!
- e) Igaz-e, hogy ha $k \mid a$, és $n \mid b$ akkor $kn \mid ab$!
- f) Igaz-e, hogy ha $k \mid a$, és $n \mid a$ akkor $kn \mid a$?

(Ebben a feladatban nem kell indokolni, csak igen, vagy nem választ kérünk.)

12 pont

A további feladatokban nemcsak eredményt, hanem indoklást is kérünk.



2. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AC=BC$. Az ábra szerint beírtuk egy belső és két külső szögét. Mekkora az α szög?

13 pont

3. Gondoltam egy számot. Elvettem belőle 20-at, a különbséget elosztottam 4-gyel, a hányadoshoz hozzáadtam 30-at, az összeget megszoroztam kettővel, és így 100-at kaptam. Melyik számra gondoltam?

14 pont

4. Oldd meg a következő egyenletet, ill. egyenlőtlenséget a valós számok halmazán. Az egyenlet megoldását ellenőrizd.

a) $(3x-5)(3x+5) - (3x+2)^2 + 6(2x+5) = 2x-5$ b) $3(0,5x-1) - \frac{5x}{2} > 4$ 14 pont

5. Határozzuk meg a $\overline{22X24Y}$ hatjegyű számban az X és Y számjegyeket, ha a hatjegyű szám osztható 72-vel.

14 pont

6. Tavaly havonta 70 000 Ft-ot költöttünk élelmiszerre és háztartási energiára. Az idén az élelmiszerek ára átlagosan 12 %-kal, az energia ára 8 %-kal nőtt, így ezekre havonta 77 600 Ft-ot költünk. Mennyi ebből tavaly és idén az élelmiszer ára?

15 pont

7. Az 1, 2, 3, 4, 7 számjegyekből hány háromjegyű szám képezhető, ha azokban minden jegy különböző? Mennyi ezeknek a háromjegyű számoknak az összege? Az 1, 2, 3, 4, 7 számjegyekből hány olyan négyjegyű szám képezhető, amelyben páros és páratlan számjegy is van, ha egy jegy többször is szerepelhet?

18 pont

Arany János Tehetséggondozó Program matematikaversenye 2021.

10. évfolyam

1. Egy kereskedő nyár végén 12%-kal leszállította a strandpapucsok árát. Miután így sem vitte őket senki, további 10%-kal csökkentette az árat. Semmi. Végso kétségbeesésében még 50%-os engedményt adott az árból. A papucsokat vitték, mint a cukrot, mégpedig 2376 Ft-os áron. Mennyibe került eredetileg egy pár papucs?

12 pont

2. Az ABC derékszögű háromszög két befogója $BC=6$ cm és $AC=8$ cm. Milyen hosszúságú az átfogóhoz tartozó CD magasság és a CF súlyvonal? Mekkora a DFC háromszög területe?

13 pont

3. Határozzuk meg azokat a legnagyobb k , l , m kitevőket, amelyre a következő tört értéke egész. ($30! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30$)

$$t = \frac{30!}{3^k \cdot 5^l \cdot 7^m}$$

13 pont

4. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán.

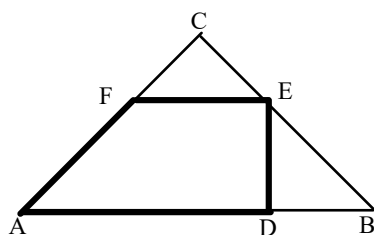
$$\frac{4}{9x^2 - 4} + \frac{10}{3x + 2} - \frac{1}{3x - 2} = 2$$

14 pont

5. Hozd egyszerűbb alakra, majd állítsd növekvő sorrendbe a következő kifejezéseket.

$$x = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}, \quad y = 7 - 2\sqrt{3} - \sqrt{27}, \quad z = \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{48} + \sqrt{47}} + \frac{1}{\sqrt{49} + \sqrt{48}}$$

15 pont

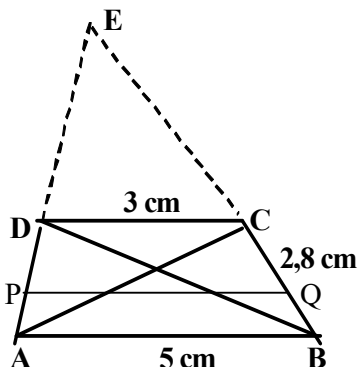


6. Az $AB = 1$ dm átfogójú, ABC egyenlő szárú derékszögű háromszögbe írjunk az ábra szerint ADEF derékszögű trapézt.

Ha a DB szakasz hossza x , akkor milyen hosszúak a trapéz oldalai?

Milyen x esetén lesz a trapéz területe a legnagyobb?

16 pont



7. Az ABCD trapéz szárainak egyenesei E-ben metszik egymást. Az ábrán $AB=5$ cm, $CD=3$ cm, $BC=2,8$ cm. Mekkora az EC szakasz?

Az ABE háromszög területe T , mekkora a CDE háromszög és az ABCD trapéz területe?

Mekkora annak az ábrán berajzolt, alapokkal párhuzamos PQ szakasznak a hossza, amelyet az átlók három egyenlő részre osztanak?

17 pont

Arany János Tehetséggondozó Program matematikaversenye 2021.

11. évfolyam

1. Egy társaságban 12 házaspár jött össze. Mindenki mindenkivel kezét fogott, kivéve a saját házastársával. Hány kézfogás történt?
Egy másik alkalommal kevesebb házaspár jött el, most is ilyen módon történtek a kézfogások, de az utolsónak érkező Kovács házaspár már csak a házigazda házaspárral fogott kezét. Így ez alkalommal csak 116 kézfogás történt. Hány házaspár volt ezen az estélyen?
12 pont
2. Az ABC háromszögben $AC=2$, $BC=\sqrt{12}$. A velük szemközti szögek aránya 1 : 2. Mekkora a háromszög szögei?
13 pont
3. Milyen p esetén lesz valós megoldása az $x^2 + (2p - 1)x + p^2 + 2 = 0$ egyenletnek?
Milyen p esetén lesz az egyenlet egyik gyöke a másik gyök kétszerese?
14 pont
4. a) Hány nullára végződik $30!$? ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)
b) Határozzuk meg az összes olyan n pozitív egész számot, amelyekre $n!$ pontosan 12 nullára végződik?
c) Határozzuk meg az összes olyan n pozitív egész számot, amelyekre $n!$ pontosan 30 nullára végződik?
14 pont
5. Határozzuk meg a következő kifejezések minimumát, ha x, y pozitív valós számok
 $a) x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6,$ $b) 2x + \frac{8}{x},$ $c) 8x^2 + \frac{54}{x}.$
15 pont
6. Az ABC derékszögű háromszög AB átfogóját a D és E pontok három egyenlő részre osztják. Igazoljuk, hogy $CD^2 + DE^2 + CE^2 = \frac{2}{3} \cdot AB^2$.
15 pont
7. A friss gomba 80%-a víz. A szárított gombának már csak 30 %-a víz. Hány százalékkal csökken a gomba tömege a szárítás során?
17 pont